

上海工程技术大学

硕士研究生入学考试《数学分析》初试考试大纲

考试科目：数学分析

考试代码：613

考试参考书目：华东师范大学数学科学学院，《数学分析（上、下）》（第5版），高等教育出版社，2019年

考试总分：150分

考试时间：3小时

一、考试目的与要求

《数学分析》考试大纲适用于统计学专业硕士研究生入学考试，其目的是考察考生对数学分析最基本内容的理解、掌握和熟练程度。要求考生熟悉数学分析的基本概念、基本理论和基本方法，具有较强的抽象能力、逻辑推理能力和运算能力。

通过《数学分析》课程的学习和考试，要求考生：

1. 能够系统地掌握数学分析的基本概念、基本理论和基本方法，具备独立获取数学知识的能力，为进一步深造打下坚实基础。
2. 能够运用数学分析的理论知识和论证方法进行具体分析问题和解决问题的基本能力。

二、考试的基本内容

第1章 实数集与函数

一、实数

二、数集、确界原理

三、函数的概念

四、具有某些特性的函数

本章复习重点：

- 正确理解和掌握函数的概念及其性质，掌握函数的表示方法，并会建立

简单应用问题中的函数关系式。

- 理解函数的有界性、单调性、周期性、奇偶性等，会对初等函数是否具有这些性质进行验证。

第 2、3 章 数列极限与函数极限

一、数列极限

二、函数极限概念

三、函数极限的性质

四、函数极限存在的条件

五、两个重要极限

六、无穷小量与无穷大量

这两章复习重点：

- 掌握数列极限的求法，能运用极限的单调有界定理、迫敛性、归结原则、柯西收敛准则判断极限的存在性；掌握两个重要极限。

- 理解函数极限、函数左、右极限的概念以及极限存在与左、右极限之间的关系。

- 理解无穷小量、无穷大量的定义，会运用等价无穷小求极限。

第 4 章 函数的连续性

一、连续性概念

二、连续函数的性质

三、初等函数的连续性

本章复习重点：

- 掌握闭区间上连续函数的性质：有界性、最值性、介值性（零点定理）。

- 了解间断点的分类和判定。

第 5 章 导数与微分

一、导数的概念

二、求导法则

三、参变量函数的导数

四、高阶导数

五、微分

本章复习重点:

- 理解可导与可微、可导与连续的概念及其相互关系;理解左、右导数的概念;了解导数的几何意义和物理意义。
- 掌握(高阶)导数、微分的四则运算与复合函数求导运算法则。

第6章 微分中值定理及其应用

- 一、拉格朗日定理和函数的单调性
- 二、柯西中值定理和不定式极限
- 三、泰勒公式
- 四、函数的极值与最大(小)值
- 五、函数的凸性与拐点
- 六、函数图像的讨论

本章复习重点:

- 掌握导数在函数的单调性、极值、凸性与拐点等方面的应用。
- 掌握微分中值定理及其在根的判定、不等式、不定式极限(洛必达法则)等方面的应用。

第7章 实数的完备性

- 一、区间套定理
- 二、聚点定理与有限覆盖定理

本章复习重点:

- 了解聚点概念及其刻画,理解区间套、开覆盖等概念。
- 了解六大定理的条件和结论。

第8章 不定积分

- 一、不定积分的概念与基本积分公式
- 二、换元积分法与分部积分法
- 三、有理函数与可化为有理函数的不定积分

本章复习重点:

- 掌握原函数与不定积分的概念及其基本性质。
- 掌握换元法和分部积分法,会求初等函数、有理函数和三角函数的积分。

第9章 定积分

- 一、定积分的概念
- 二、牛顿—莱布尼茨公式
- 三、可积条件
- 四、定积分的性质
- 五、微积分学基本定理—定积分计算

本章复习重点:

- 掌握定积分的计算方法以及积分中值定理的应用。
- 掌握变上限积分的性质。

第10章 定积分的应用

- 一、平面图形的面积
- 二、由平行截面面积求体积
- 三、平面曲线的弧长与曲率
- 四、旋转曲面的面积
- 五、定积分在物理中的某些应用

本章复习重点:

- 掌握定积分在几何上的应用，如求平面图形的面积、旋转体的积分等。
- 掌握微元法求液体静压力、变力作功等。

第11章 反常积分

- 一、反常积分概念
- 二、无穷积分的性质与收敛判别
- 三、瑕积分的性质与收敛判别

本章复习重点:

- 掌握反常积分敛散性判定。

第12章 数项级数

- 一、级数的收敛性
- 二、正项级数
- 三、一般项级数

本章复习重点:

- 掌握数项级数敛散性的判定。

第 13 章 函数列与函数项级数

一、一致收敛性

二、一致收敛函数列与函数项级数的性质

本章复习重点:

- 掌握函数列及函数项级数一致收敛的判定。
- 掌握函数列的极限函数、函数项级数的和函数的分析性质及其应用，如连续性、可积性和可微性等应用。

第 14 章 幂级数

一、幂级数

二、函数的幂级数展开

本章复习重点:

- 掌握幂级数收敛域与和函数的求法以及求数项级数和的方法。

第 15 章 傅里叶级数

一、傅里叶级数

二、以 $2l$ 为周期的函数的展开式

三、收敛定理的证明

本章复习重点:

- 掌握周期函数傅立叶级数的展开与傅里叶级数的平均收敛性。

第 16 章 多元函数的极限与连续

一、平面点集与多元函数

二、二元函数的极限

三、二元函数的连续性

本章复习重点:

- 掌握二元函数的极限及二元函数的连续性的判定。
- 理解有界闭区域上二元连续函数的性质，如有界性和最值性等。

第 17 章 多元函数微分学

- 一、可微性
- 二、复合函数微分法
- 三、方向导数与梯度
- 四、泰勒公式与极值问题

本章复习重点:

- 理解多元函数偏导数、全微分、方向导数的概念。
- 掌握偏导数的计算、全微分存在以及多元函数极值的判定。

第 18 章 隐函数定理及其应用

- 一、隐函数
- 二、隐函数组
- 三、几何应用
- 四、条件极值

本章复习重点:

- 掌握隐函数求导方法及其几何应用。
- 掌握多元函数的拉格朗日乘数法判定条件极值。

第 19 章 含参量积分

- 一、含参量正常积分
- 二、含参量反常积分
- 三、欧拉积分

本章复习重点

- 掌握含参量积分的连续性、可微性以及可积性的判定与应用，比如用交换性求函数极限、求函数导数以及求定积分等。

第 20 章 曲线积分

- 一、第一型曲线积分
- 二、第二型曲线积分

本章复习重点:

- 掌握第一型曲线积分和第二型曲线积分的计算。

第 21 章 重积分

- 一、二重积分的概念
- 二、直角坐标系下二重积分的计算
- 三、格林公式、曲线积分与路线的无关性
- 四、二重积分的变量变换
- 五、三重积分的概念
- 六、重积分的应用

本章复习重点：

- 掌握二重积分与三重积分的常用计算方法，如除直角坐标系下的计算外，特别要求会用极坐标变换计算二重积分，会用柱面坐标、球面坐标变换计算三重积分。
- 掌握格林公式的应用（计算第二型曲线积分）。

第 22 章 曲面积分

- 一、第一型曲面积分
- 二、第二型曲面积分
- 三、高斯公式与斯托克斯公式

本章复习重点：

- 掌握第一型曲面积分和第二型曲面积分的计算。
- 掌握高斯公式的应用（计算第二型曲面积分）。

三、考试题型

1. 单项选择题（约 25 分）
2. 填空题（约 25 分）
3. 计算题（约 70 分）
4. 证明题（约 30 分）